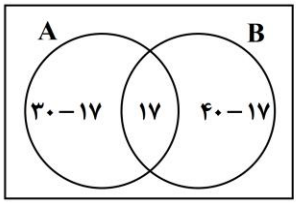
بسمه تعالی	آزمون نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳	تعداد صفحات آزمون : ۵
آزمون ریاضی	نام دبیر : جناب آقای فاطمی	زمان امتحان : ۱۱۰ دقیقه
پایهٔ دهم تجربی	نام و نام خانوادگی :	تاریخ آزمون : ۱۴۰۴/۰۳/۱۰

ردیف		بارم
۱	**عبارت‌های درست را با علامت ✓ و عبارت‌های نادرست را با علامت × مشخص کنید.** الف) بازهٔ $(۰,۱)$ یک مجموعهٔ متناهی است. ب) هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ چهارم است. پ) تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو است، همانی است. ت) با حروف کلمهٔ "فاطمی" می‌توان ۱۲۰ کلمهٔ ۵ حرفی ساخت. **الف) نادرست ب) درست پ) نادرست ت) درست**	۱
۲	**جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.** **الف)** اگر زاویهٔ خطی با جهت مثبت محور افقی ۶۰° باشد، آنگاه شیب آن برابر عدد $\sqrt{۳}$ است. **ب)** عبارت $\sqrt{\sqrt[۳]{۶۴}}$، برابر با عدد صحیح ۲ است. **پ)** مجموعه جواب نامعادلهٔ $\lvert x\rvert<۱$ بازهٔ $(-۱,۱)$ است. **ت)** اگر $f(x)=۲x^۲-۳x+۱$، حاصل $f(۱)$ برابر صفر است.	۱
۳	**در یک نظرسنجی از همهٔ مشتریان یک فروشگاه که فقط محصولات شرکت A و شرکت B را می‌فروشد، مشخص شد ۳۰ نفر از آن‌ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۴۰ نفر از محصولات شرکت B خریداری کرده‌اند. اگر ۱۷ نفر از محصولات هر دو شرکت خرید کرده باشند، این فروشگاه در ماه گذشته چند مشتری داشته است؟** **پاسخ:** راه‌حل اول: نکته : $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ با توجه به فرض سؤال، داریم: $\begin{cases}n(A)=۳۰\\n(B)=۴۰\\n(A\cap B)=۱۷\end{cases}$ با توجه به اینکه همهٔ مشتریان فروشگاه از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند، داریم: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B) \Rightarrow n(A\cup B)=۳۰+۴۰-۱۷=۵۳$ راه‌حل دوم: با استفاده از نمودار ون، داریم:  تعداد کل مشتریان فروشگاه $=۳۰-۱۷+۱۷+۴۰-۱۷=۵۳$	۱

www-kanoon-ir

نام و نام خانوادگی:

۴	جملات پنجم و دهم یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب برابر ۲۲ و ۴۷ است. جملهٔ اول این دنبالهٔ حسابی را به‌دست آورید.	۱

پاسخ:

نکته: جملهٔ nاُم یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول t_1 و قدرنسبت d به‌صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

راه‌حل اول:

با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} t_{10} = t_1 + (10-1)d \Rightarrow 47 = t_1 + 9d \quad (1) \\ t_5 = t_1 + (5-1)d \Rightarrow 22 = t_1 + 4d \quad (2) \end{cases}$$

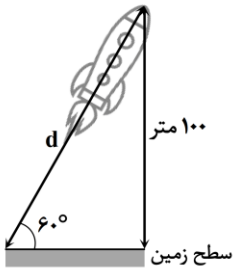
با حل دستگاه دو معادله دو مجهول، مقادیر t_1 و d را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{l} t_1 + 9d = 47 \\ -(t_1 + 4d = 22) \\ \hline 5d = 25 \Rightarrow d = 5 \end{array}$$

با جایگذاری $d = 5$ در یکی از معادله‌های (۱) یا (۲)، مقدار t_1 به‌دست می‌آید:

$$\xrightarrow{(1)} t_1 + 9d = 47 \xrightarrow{d=5} t_1 + 45 = 47 \Rightarrow t_1 = 2$$

۵	یک موشک مطابق شکل زیر و با زاویهٔ 60° نسبت به سطح زمین پرتاب می‌شود. اگر این موشک با همین زاویه حرکت کند، باید چه مسافتی را طی کند تا به ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین برسد؟	۰/۵



پاسخ:

مسافت طی‌شده را d می‌نامیم.

$$\sin 60^\circ = \frac{100}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{100}{d} \Rightarrow \sqrt{3}d = 200 \Rightarrow d = \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{200\sqrt{3}}{3}$$

۶	الف) اگر $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ و $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ باشد، نسبت مثلثاتی $\cos\alpha$ را به‌دست آورید.	۱/۲۵

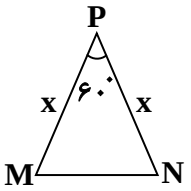
پاسخ: (رسم مثلث قابل قبول است)

$$(-\frac{5}{13})^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

α در ناحیهٔ سوم است، پس:

$$\cos\alpha = -\frac{12}{13}$$

ب) مساحت مثلث متساوی الساقین **MNP** برابر $9\sqrt{3}$ است، اندازهٔ x کدام است؟



پاسخ:

ب) $S = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60^\circ = 9\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \times x^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$

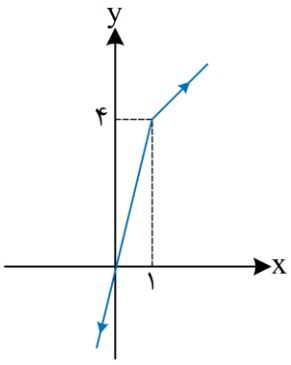
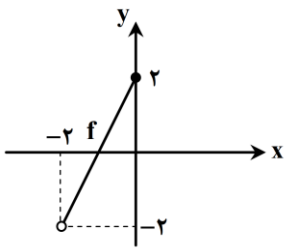
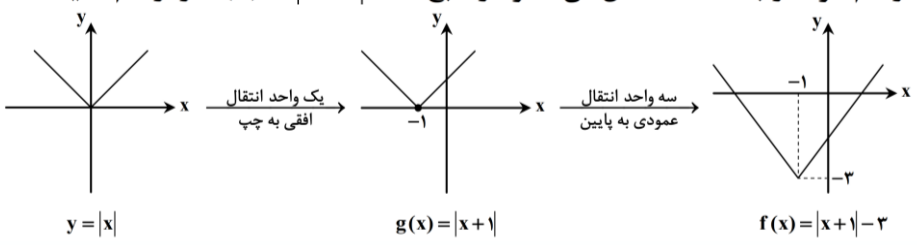
www.kanoon.ir

نام و نام خانوادگی:

۷	الف) صورت و مخرج کسر $\frac{x^۳-۲۷}{x^۲-۶x+۹}$ را تجزیه و عبارات را تا حد امکان ساده کنید. **پاسخ:** الف) $\frac{(x-۳)(x^۲+۳x+۹)}{(x-۳)^۲}=\frac{x^۲+۳x+۹}{x-۳}$ ب) مخرج کسر $\frac{۶}{\sqrt{۷}-۱}$ را گویا کرده و حاصل را تا حد امکان ساده کنید. **پاسخ:** $\frac{۶}{\sqrt{۷}-۱}\times\frac{\sqrt{۷}+۱}{\sqrt{۷}+۱}=\frac{۶(\sqrt{۷}+۱)}{۷-۱}=\sqrt{۷}+۱$	۰/۷۵ ۰/۷۵
۸	معادله‌های درجه دوم زیر را به روش خواسته شده حل کنید. الف) $x^۲-۵x+۴=۰$ (روش تجزیه) **پاسخ:** $(x-۱)(x-۴)=۰\rightarrow\begin{cases}x=۱\\x=۴\end{cases}$ ب) $x^۲-x-۳=۰$ (روش فرمول کلی Δ) **پاسخ:** $\Delta=۱+۱۲=۱۳\rightarrow\begin{cases}x_۱=\frac{۱+\sqrt{۱۳}}{۲}\\x_۲=\frac{۱-\sqrt{۱۳}}{۲}\end{cases}$	۱/ ۲۵
۹	سهمی $y=x^۲-۴x+۱$ را درنظر گرفته و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مختصات پایین‌ترین نقطهٔ این سهمی را بنویسید. **پاسخ:** $y_S=-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{۱۶-۴}{۴}=-۳$ or $y_S=f(x_S)=۴-۸+۱=-۳$ ب) این سهمی محور yها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟ **پاسخ:** $x=۰\rightarrow y=۱$	۷۵ ۰/
۱۰	الف) مجموعه جواب نامعادلهٔ زیر را به‌صورت یک بازه نمایش دهید. $۳\le ۲x+۱<۷$ **پاسخ:** $۳\le ۲x+۱<۷\xrightarrow{-(۱)}۲\le ۲x<۶\xrightarrow{\div(۲)}۱\le x<۳\rightarrow[۱,۳)$ ب) عبارت $y=\frac{۳-x}{۲x-۲}$ را تعیین علامت کنید. **پاسخ:** الف) برای تعیین علامت این نامعادله، ابتدا ریشه‌های صورت و مخرج کسر را به‌دست می‌آوریم: $\begin{cases}۳-x=۰\Rightarrow x=۳\\۲x-۲=۰\Rightarrow ۲x=۲\Rightarrow x=۱\end{cases}$ $\begin{array}{c\|ccccc}x&-\infty&&۱&&+\infty\\\hline ۳-x&&+&+&-&\\ ۲x-۲&&-&+&+&\\\hline &&-&+&-&\end{array}$ تعریف نشده	/۵ ۱

www.kanoon.ir

نام و نام خانوادگی:

۱۱	الف) کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص می‌کند؟ ۱) $f(x)=\begin{cases}x+۳ & x\geq ۱\\ ۴x & x\leq ۱\end{cases}$ ۲) $g(x)=\begin{cases}x+۳ & x>۱\\ ۴x & x<۲\end{cases}$ ب) نمودار رابطه‌ای را که مربوط به تابع است، رسم کرده و بُرد آن را مشخص کنید. **پاسخ:** الف) $f(x)$ ب)  *مشخص کردن اعداد روی محورها برد $=\mathbb{R}$	۲۵ ۱/
۱۲	الف) دامنه و برد تابع خطی مقابل را بنویسید.  ب) ضابطهٔ آن را به‌دست آورید. **پاسخ:** الف) نکته: هر تابع که بتوان آن را به‌شکل $y=ax+b$ نمایش داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود. تصویر نمودار روی محور xها، نشان‌دهندهٔ دامنهٔ تابع است: f دامنهٔ $=(-۲,۰]$ تصویر نمودار روی محور yها، نشان‌دهندهٔ برد تابع است: f برد $=(-۲,۲]$ ب) راه‌حل اول: با به‌دست آوردن شیب و عرض از مبدأ، ضابطهٔ تابع $f(x)$ را می‌نویسیم: $\begin{cases}A(-۲,-۲)\\ B(۰,۲)\end{cases}\Rightarrow a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۲-(-۲)}{۰-(-۲)}=\frac{۴}{۲}=۲\Rightarrow f(x)=۲x+b\xrightarrow{(۰,۲)}y=۲x+۲$ راه‌حل دوم: با قرار دادن مختصات نقاط در $f(x)=ax+b$ و حل دستگاه، ضابطه را به‌دست می‌آوریم: $\begin{cases}f(x)=ax+b\xrightarrow{(-۲,-۲)}\\ f(x)=ax+b\xrightarrow{(۰,۲)}\end{cases}\begin{cases}-۲a+b=-۲\\ b=۲\end{cases}\Rightarrow -۲a+۲=-۲\Rightarrow -۲a=-۴\Rightarrow a=۲\Rightarrow f(x)=۲x+۲$	۲۵ ۱/
۱۳	ابتدا نمودار تابع $y=\lvert x\rvert$ را رسم کرده و به کمک انتقال آن، نمودار تابع $f(x)=\lvert x+۱\rvert-۳$ را رسم کنید. **پاسخ:**  	۷۵ ۰/

www-kanoon-ir

نام و نام خانوادگی:

۱۴	با استفاده از اعداد ۰،۳،۶،۸،۹، چند عدد ۳رقمی زوج با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟	/۵
	پاسخ: راه‌حل اول: $\begin{cases}\text{رقم سمت راست (یکان) صفر باشد.} \Rightarrow \underline{۴}\times\underline{۳}\times\underline{۱}=۱۲\\ \text{رقم سمت راست (یکان) ۶ یا ۸ باشد.} \Rightarrow \underline{۳}\times\underline{۳}\times\underline{۲}=۱۸\end{cases} \Rightarrow \text{کل حالات} = ۱۸+۱۲=۳۰$ راه‌حل دوم: با استفاده از روش متمم، مسئله را حل می‌کنیم: کل اعداد ۳ رقمی فرد با ارقام غیرتکراری − کل اعداد ۳ رقمی با ارقام غیرتکراری = کل اعداد ۳ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری $\begin{cases}\text{کل اعداد ۳رقمی با ارقام غیرتکراری} \Rightarrow \underline{۴}\times\underline{۴}\times\underline{۳}=۴۸\\ \text{کل اعداد ۳رقمی فرد با ارقام غیرتکراری} \Rightarrow \underline{۳}\times\underline{۳}\times\underline{۲}=۱۸\end{cases} \Rightarrow \text{اعداد ۳رقمی زوج بدون تکرار ارقام} = ۴۸-۱۸=۳۰$	۱
۱۵	**با حروف کلمهٔ «جایگشت» به چند طریق می‌توان یک کلمهٔ ۶ حرفی نوشت به طوری‌که:** **الف) ۳ حرف «ج»، «ا» و «ش» کنار هم باشند.** **ب) واژهٔ «گشت»، در آن دیده شود.** **پاسخ:** الف) حروف «ج»، «ا» و «ش» را یک بسته درنظر می‌گیریم. ج ا ش $\dashrightarrow \; ۴!\times ۳!$ جایگشت کل — جایگشت حروف درون بسته ب) گشت $\dashrightarrow \; ۴!\times ۱$	/۵ ۱
۱۶	**دو تاس را با هم می‌اندازیم. پیشامد A را «اعداد روشده در هر دو تاس بزرگ‌تر از ۵ باشد.» و پیشامد B را «مجموع اعداد روشده در هر دو تاس بزرگ‌تر از ۱۰ باشد.»، تعریف می‌کنیم:** **الف) A و B را با نمایش اعضا بنویسید.** **ب) آیا این دو پیشامد ناسازگارند؟ چرا؟** **پاسخ:** $A=\{(۶,۶)\}$ $B=\{(۵,۶),(۶,۵),(۶,۶)\}$ خیر، با توجه به اینکه $A\cap B=\{(۶,۶)\}$، پس $A\cap B\neq\varnothing$ و دو پیشامد ناسازگار نیستند.	۱
۱۷	**از بین ۴ دانش‌آموز رشتهٔ ریاضی و ۵ دانش‌آموز رشتهٔ تجربی، یک تیم ۳ نفره به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که این تیم شامل دانش‌آموزانی از هر دو رشته باشد؟** **پاسخ:** ابتدا، تعداد حالات فضای نمونه‌ای را به‌دست می‌آوریم: $n(S)=\binom{۵+۴}{۳}=\binom{۹}{۳}=\frac{۹!}{۳!\times ۶!}=\frac{۹\times ۸\times ۷\times ۶!}{۳!\times ۶!}=۸۴$ باتوجه به صورت سؤال می‌توان $n(A)$ را محاسبه کرد. $n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۲}+\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}=۴\times ۱۰+۶\times ۵=۷۰$ ۱ ریاضی — ۲ تجربی — ۲ ریاضی — ۱ تجربی حالا احتمال خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۷۰}{۸۴}=\frac{۵}{۶}$ روش دوم: استفاده از روش متمم $P(A)=۱-P(A')\Rightarrow P(A)=۱-$ احتمال آن‌که هر ۳ نفر از یک رشته باشند	۱

www-kanoon-ir

نام و نام خانوادگی:

۱۸	نوع متغیرهای زیر را از نظر کمی، کیفی، گسسته، پیوسته، اسمی و ترتیبی مشخص کنید. الف) سطح تحصیلات (کاردانی، کارشناسی، کارشناسی ارشد، دکتری) ب) میزان مصرف بنزین یک خودرو برحسب لیتر **پاسخ:** الف) کیفی ترتیبی ب) کمی پیوسته	۱
	«موفق باشید» جمع	۲۰